

DOI: 10.7652/xjtub201902003

考虑力学特性的谐波齿轮啮合参数优化方法

邹创¹, 陶涛^{1,2,3}, 姜歌东^{1,2,3}, 梅雪松^{1,2,3}, 张弦¹

(1. 西安交通大学机械工程学院, 710049, 西安; 2. 西安交通大学机械制造系统工程国家重点实验室, 710049, 西安; 3. 西安交通大学陕西省智能机器人重点实验室, 710049, 西安)

摘要: 针对谐波齿轮薄壁柔轮易发生疲劳失效的问题,提出了一种考虑力学特性的谐波齿轮啮合参数优化方法。该方法从特有的薄壁件受力与变形特点出发,将对柔轮应力具有较大影响的波发生器径向变形量与啮合区间一起作为优化目标,以波发生器廓线参数、柔轮齿廓参数与刚轮齿廓参数为设计变量,结合遗传算法与罚函数法建立了谐波齿轮啮合参数的无约束多目标优化数学模型,在平衡啮合区间与力学特性的基础上,确定了优化目标权重系数,并通过力学特性分析方法对优化结果的接触、刚度和应力进行分析,从而在啮合参数计算时,改善了易失效零件的受力状况。

关键词: 谐波齿轮;啮合参数优化;力学特性

中图分类号: TH132.2 **文献标志码:** A **文章编号:** 0253-987X(2019)02-0016-08

An Optimization Method for Meshing Parameters of Harmonic Drives
Considering Mechanical Characteristics

ZOU Chuang¹, TAO Tao^{1,2,3}, JIANG Gedong^{1,2,3}, MEI Xuesong^{1,2,3}, ZHANG Xian¹

(1. School of Mechanical Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China; 2. State Key Laboratory for Manufacturing Systems Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China; 3. Shaanxi Key Laboratory of Intelligent Robots, Xi'an Jiaotong University, Xi'an 710049, China)

Abstract: An optimization method for meshing parameters of harmonic drives that considers mechanical characteristics is proposed to solve the fatigue failure problem of thin walled flexspline of harmonic drive. The method starts from the characteristics of the stress and deformation of the unique thin-walled parts of harmonic drives and takes both the radial deformation quantity of wave generator and the meshing interval that have greater impact on the flexspline stress as optimization targets, while the parameters of the wave generator profile, the tooth profile parameters of the flexspline and circular spline are taken as design variables. Then an unconstrained multi-objective optimization mathematical model for harmonic drive meshing parameters is built by combining a genetic algorithm and a penalty function method. Optimal weight coefficients are determined by balancing the meshing interval and the mechanical characteristics. A mechanical characteristics analysis method is used to analyse the optimization results; the contact, stiffness and stress. Therefore, it improves the stress condition of the easily failed parts through calculating meshing parameters.

Keywords: harmonic drive; meshing parameters optimization; mechanical characteristics

收稿日期: 2018-07-27。 作者简介: 邹创(1988—),男,博士生;姜歌东(通信作者),女,教授,博士生导师。 基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51675407);陕西省科技统筹创新工程计划资助项目(2015KTZDGY-02-01)。
网络出版时间: 2018-12-17 网络出版地址: <http://kns.cnki.net/kcms/detail/61.1069.T.20181214.0913.008.html>

谐波齿轮传动是一种利用柔性薄壁齿轮在大变形情况下与配对刚性齿轮发生啮合以进行运动和动力传递的精密传动系统。由于它所具有的传动精度高、传动比大、几乎零侧隙以及可在密闭空间或介质辐射环境下工作等优点,而被广泛应用于兵器、航空航天、机器人、光学设备与核设施等高精尖装备或特殊环境中。然而,5 000 h 左右的寿命对其所在系统的可靠性产生了不利影响。对于谐波齿轮的啮合设计,已具有改进运动学法^[1]、包络法^[2]、数字仿真法^[3]、侧隙控制法^[4]和齿条近似法^[5]等多种啮合参数计算方法,在这些方法的基础上,很多学者进行了啮合参数的最优求解。2007年,叶荣伟等考虑了柔轮受载荷时齿侧间隙的影响,以新的齿侧间隙数学模型为目标函数,分别对四力作用型及标准椭圆型谐波齿轮传动进行了啮合参数优化设计^[6];2008年,周卫东建立了以柔轮渐开线齿廓尽可能逼近理论共轭齿廓为优化目标的啮合参数优化模型,并求解出刚、柔轮齿廓的最优变位系数^[7];2009年,宋惠军等建立了以获得最佳侧隙为目标的谐波齿轮啮合参数优化方法^[8];2010年,殷燕以零侧隙为目标函数,使用复合形法完成了对啮合参数的优化设计^[9];2015年,翟永建立了以最大共轭区间和最大啮合深度为目标的双圆弧谐波齿轮啮合参数多目标优化模型^[10];2016年,杨勇等以共轭齿廓重合度最大为目标,建立了双圆弧谐波齿轮的啮合参数优化模型^[11];2017年,彭盼道等参考有限元法计算结果建立了以柔轮应力最小为目标的啮合参数优化模型,但该模型中没有考虑刚轮^[12]。以上啮合参数计算或优化方法的建立为谐波齿轮传动的设计奠定了重要的理论基础,但目前谐波齿轮的主要失效形式为柔轮的疲劳断裂^[13],以上啮合参数计算与优化方法对实现谐波齿轮的理论共轭和侧隙控制关注度较高,而与谐波齿轮的力学特性联系不够紧密,无法在啮合参数设计时就对其受力状况进行适当控制,以减少谐波齿轮疲劳断裂等失效情况的发生。此外,根据以上文献,结合力学特性开展谐波齿轮传动的啮合设计正逐步受到重视。鉴于此,本文提出了考虑力学特性的谐波齿轮啮合参数优化方法,将对柔轮应力具有较大影响的波发生器径向变形量与啮合区间一起作为优化目标,基于遗传算法与罚函数法建立了谐波齿轮啮合参数的多目标优化数学模型,在平衡啮合区间与力学特性的基础上,确定了优化目标的权重系数,并通过力学特性分析方法对优化结果的接触、刚度和应力进行分析,从而在啮合参数

计算时实现了对易失效零件柔轮受力状况的改善。本文的研究对象为椭圆凸轮波发生器下的渐开线谐波齿轮。

1 基本假设与构件几何关系

1.1 基本假设

谐波齿轮由波发生器、柔轮和刚轮3个部件组合而成,波发生器由椭圆凸轮和柔性轴承组成。在波发生器作用下,柔轮变形后的中性层上的曲线被称为原始曲线。谐波齿轮传动的啮合计算问题,就是要确定柔轮齿廓曲线 F 、刚轮齿廓曲线 C 和原始曲线 N 三者之间的相互关系。

为降低建模的困难,作出如下基本假设:①原始曲线的长度不发生变化;②轮齿的形状不发生变化;③假设柔性轴承为刚性,原始曲线为椭圆凸轮廓线的等距曲线;④谐波齿轮啮合参数计算问题被假设为平面啮合问题^[4]。

1.2 构件坐标系及几何关系

谐波齿轮各构件坐标系如图1所示,波发生器凸轮廓线 W 为一椭圆曲线,按极坐标形式表示为

$$\rho_e(\theta) = \frac{ab}{\sqrt{a^2 \sin^2 \theta + b^2 \cos^2 \theta}} \quad (1)$$

式中: a 为椭圆凸轮长半轴; b 为椭圆凸轮短半轴; θ 为柔轮轮齿相对凸轮长轴的位置角; $\rho_e(\theta)$ 为极长。

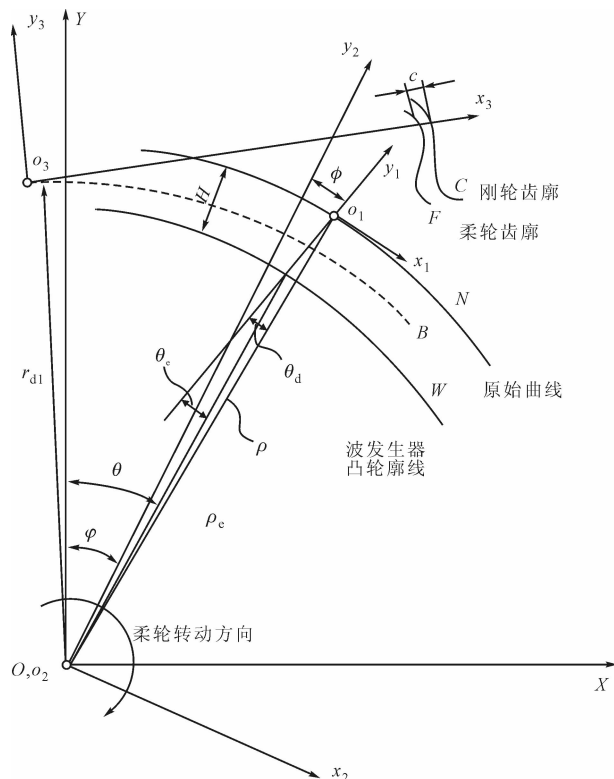


图1 谐波齿轮各构件的坐标系

波发生器与柔轮结构参数如图2所示,椭圆凸轮的长半轴为

$$a = \frac{D_b}{2} - S_b + \delta_{\omega 0} \quad (2)$$

式中: D_b 为柔轮变形前内孔直径,同时也为柔性轴承的外径; S_b 为柔性轴承厚度; $\delta_{\omega 0}$ 为波发生器的径向变形量。

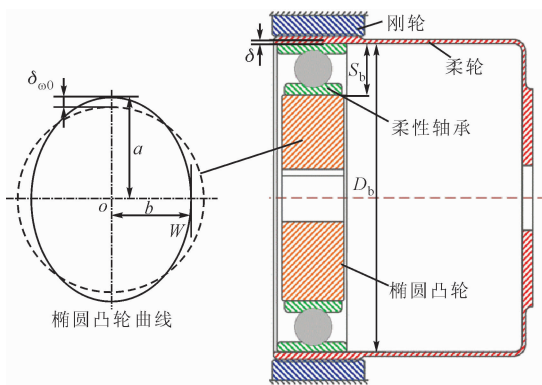


图2 波发生器与柔轮结构参数

椭圆凸轮短半轴为

$$b = [(12(D_b/2 - S_b) - 7a) + 4\sqrt{a(3(D_b/2 - S_b) - 2a)}]/9 \quad (3)$$

定义椭圆凸轮长短半轴的比值为

$$N = \frac{a}{b} \quad (4)$$

柔轮筒体中性层半径为

$$r = \frac{D_b + \delta}{2} \quad (5)$$

式中: δ 为柔轮齿根下筒体壁厚,如图2所示。

椭圆凸轮法线与其矢径的夹角为

$$\theta_e = \arctan(N^2 \tan \theta) - \theta \quad (6)$$

原始曲线与椭圆凸轮廓线的等距距离为

$$H = S_b + \frac{\delta}{2} \quad (7)$$

则原始曲线矢径为

$$\rho = \sqrt{\rho_e^2 + H^2 + 2\rho_e H \cos \theta_e} \quad (8)$$

$0 \sim \theta$ 范围内的椭圆弧长为

$$S_e = \int_0^\theta \sqrt{\rho_e^2 + \dot{\rho}_e^2} d\theta \quad (9)$$

为了提高计算精度,式(9)不忽略高阶项,采用辛普森积分求得 S_e , 刚轮坐标系 $\{o_2 x_2 y_2\}$ 相对基坐标系 $\{OXY\}$ 的转角为

$$\varphi = \frac{z_1(S_e + H(\theta + \theta_e))}{z_2 r} \quad (10)$$

式中: z_1 为柔轮齿数; z_2 为刚轮齿数。

柔轮齿廓对称线相对刚轮齿廓对称线的转角为

$$\phi = \theta + \theta_e - \varphi \quad (11)$$

原始曲线法线与其矢径的夹角为

$$\theta_d = \arctan\left(\frac{\rho_e \sin \theta_e}{\sqrt{\rho^2 - \rho_e^2 \sin^2 \theta_e}}\right) \quad (12)$$

柔轮齿形中心角 θ_{h1} 可按照下式计算

$$\theta_{h1} = (\pi/2 + 2e_1 \tan \alpha)/z_1 + \text{inv}(\alpha) \quad (13)$$

式中: $\text{inv}(\alpha)$ 为渐开线函数; e_1 为柔轮的变位系数; α 为基准齿形角。

刚轮齿形中心角 θ_{h2} 则可按下式计算

$$\theta_{h2} = (\pi/2 + 2e_2 \tan \alpha)/z_2 + \text{inv}(\alpha) \quad (14)$$

式中 e_2 为刚轮的变位系数。

如图1所示,根据渐开线参数方程和坐标变换,柔轮齿廓在刚轮坐标系 $\{o_2 x_2 y_2\}$ 中的某一点的坐标 $(x_{2,1}, y_{2,1})$ 可表示为

$$\left. \begin{aligned} x_{2,1} &= r_{b1}(-\sin(u - \theta_{h1} - \phi) + u \cos(u - \theta_{h1} - \phi)) - r \sin \phi + \rho \sin(\phi - \theta_d) \\ y_{2,1} &= r_{b1}(\cos(u - \theta_{h1} - \phi) + u \sin(u - \theta_{h1} - \phi)) - r \cos \phi + \rho \cos(\phi - \theta_d) \end{aligned} \right\} \quad (15)$$

式中: r_{b1} 为柔轮基圆半径; u 为该点对应的柔轮渐开线参变量。

刚轮齿廓在刚轮坐标系 $\{o_2 x_2 y_2\}$ 中的某一点的坐标 $(x_{2,2}, y_{2,2})$ 可表示为

$$\left. \begin{aligned} x_{2,2} &= r_{b2}(-\sin(v - \theta_{h2}) + v \cos(v - \theta_{h2})) \\ y_{2,2} &= r_{b2}(\cos(v - \theta_{h2}) + v \sin(v - \theta_{h2})) \end{aligned} \right\} \quad (16)$$

式中: r_{b2} 为刚轮基圆半径; v 为该点对应的刚轮渐开线参变量。

2 优化数学模型的建立

2.1 优化目标

(1) 啮合区间。谐波齿轮工作时会有多对轮齿同时啮合。日本 HD 公司通过增大同时啮合齿对数提高了谐波齿轮传动的寿命和刚度^[14-15], 其他的研究也通过刚轮锥形设计提高了啮合的接触面积^[16], 从而增大了整机刚度。以往的研究以侧隙最小或接近理论共轭为目标进行啮合参数的设计, 但实际上, 制造误差的存在不一定能够满足较高的设计要求, 过小的侧隙可能会引起齿廓干涉, 谐波齿轮为小模数多齿啮合传动, 且柔轮为柔性部件, 制造误差可以得到均化, 故可以令更大范围内的啮合对都具有较小的侧隙, 以提高其啮合性能。本文方法以啮合侧隙小于某一特定值来定义啮合区间, 以增大啮合区

间作为优化目标之一。

对于啮合侧隙的计算,鉴于渐开线谐波齿轮传动存在的尖点啮合状态^[4],啮合侧隙被定义为柔轮齿廓齿顶处与刚轮齿廓的法向侧隙 c ,如图1所示。柔轮齿顶处压力角正切值 T_{a1} ,即渐开线参变量计算式为

$$T_{a1} = \sqrt{\left(\frac{r_{a1}}{r_{b1}}\right)^2 - 1} \quad (17)$$

式中 r_{a1} 为柔轮齿顶圆半径,可按下式计算

$$r_{a1} = r_{f1} + mh_1 \quad (18)$$

式中: m 为模数; r_{f1} 为柔轮齿根圆半径; h_1 为柔轮齿高系数。刚轮齿高系数 h_2 取为和柔轮一致。 r_{f1} 可按下式计算

$$r_{f1} = \frac{D_b}{2} + \delta \quad (19)$$

在坐标系 $\{o_3x_3y_3\}$ 中,刚轮与柔轮齿顶法线相交点的纵坐标 $y_{3,2}(v^*)$ 可表示为

$$\begin{aligned} y_{3,2}(v^*) = & r_{b2}(\cos(v^* - \theta_{h2} - T_{a1} + \theta_{h1} + \phi) + \\ & v^* \sin(v^* - \theta_{h2} - T_{a1} + \theta_{h1} + \phi)) - \\ & \rho \cos(T_{a1} - \theta_{h1} - \theta_d) + r \cos(T_{a1} - \theta_{h1}) - r_{b1} \end{aligned} \quad (20)$$

式中: v^* 为该点的渐开线方程参变量,该点纵坐标应服从下式

$$y_{3,2}(v^*) = 0 \quad (21)$$

可按牛顿迭代法求解,求解式如下

$$v_{k+1}^* = v_k^* - \frac{y_{3,2}(v_k^*)}{y'_{3,2}(v_k^*)}, k = 0, 1, 2, \dots, c \quad (22)$$

式中: v_0^* 为迭代初值,可取 $\tan\alpha$,迭代直到 v_{k+1}^* 与 v_k^* 的差值充分小,记 v_c 为迭代终值。

刚轮的齿顶处压力角正切值 T_{a2} ,即渐开线参变量为

$$T_{a2} = \sqrt{\left(\frac{r_{a2}}{r_{b2}}\right)^2 - 1} \quad (23)$$

式中 r_{a2} 为刚轮齿顶圆半径,可按下式计算

$$r_{a2} = r_{f1} + \delta_{\omega 0} + mc^* \quad (24)$$

式中 c^* 为顶隙系数。

如果 $v_c < T_{a2}$,则说明柔轮和刚轮轮齿已不可能再发生啮合,处于脱开状态。

根据式(17)~(19)与式(24),柔轮轮齿与刚轮轮齿的侧隙 c 可按照下式计算

$$c = \frac{y_{2,2}(v_c) - y_{2,1}(T_{a1})}{\sin(T_{a1} - \theta_{h1} - \phi)} \quad (25)$$

以啮合侧隙值 J_m 定义啮合区间 ϕ_a ,当 $\theta < J_m$ 时,对 θ 进行累加,认为累加结果为啮合区间,由于

长轴处的啮合侧隙会略大,故在啮合侧隙达到第一次最小值之后再开始进行位置角 θ 的累加,以获得啮合区间的大小。

(2)径向变形量。谐波齿轮传动易失效零件为薄壁柔轮,在工作中,柔轮受到波发生器强制径向变形的作用不断地发生椭圆变形,其所承受的交变应力使其受力状况十分恶劣。根据弹性薄壳变形理论,柔轮的应力计算公式^[4]为

$$\sigma_{\varphi k} = K_{\sigma} K_M K_d C_{\sigma} \frac{\delta_{\omega 0} E \delta_{f0}}{r^2} \quad (26)$$

式中: $\sigma_{\varphi k}$ 为柔轮的周向应力,是柔轮承受的最主要的应力成分; C_{σ} 为正应力系数; K_{σ} 为有效应力集中系数; K_M 为柔轮畸变引起的应力增长系数; K_d 为动载系数; E 为弹性模量; δ_{f0} 为筒体壁厚。

可见,在其他参数不变的情况下,通过减小径向变形量 $\delta_{\omega 0}$,可有效降低柔轮所受周向应力,因此本文方法将降低径向变形量作为另一优化目标。

从谐波齿轮传动的薄壁件受力与变形特点出发,考虑波发生器强制径向变形与轮齿啮合共同作用的影响,以啮合区间和径向变形量构成优化目标,表示如下

$$F(X) = \alpha \phi_a + \frac{\beta}{\delta_{\omega 0}} \quad (27)$$

式中: X 为优化设计变量; α 、 β 为权重系数。

2.2 优化设计变量

径向变形系数 δ_{ω}^* 决定了椭圆凸轮波发生器的廓线形状,将其作为优化设计变量之一,其与径向变形量和模数的关系为

$$\delta_{\omega 0} = m \delta_{\omega}^* \quad (28)$$

根据式(15)~(27),在其他啮合参数确定的情况下,轮齿的变位系数与齿高系数决定了齿廓形状,会改变啮合侧隙的分布,从而影响啮合区间的大小,故将 e_1 、 e_2 、 h_1 、 h_2 这4个啮合参数也作为优化设计变量。

根据式(26),顶隙系数 c^* 对啮合对的相互位置具有重要影响,故将 c^* 也作为优化问题的优化设计变量,则本优化问题中的优化设计变量维数为6,表示如下

$$\begin{aligned} X = [x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6] = \\ [e_1, e_2, h_1, h_2, \delta_{\omega}^*, c^*] \end{aligned} \quad (29)$$

2.3 约束条件

啮合参数的计算过程应满足以下约束条件,以满足齿廓不干涉等要求^[4]。

(1)齿顶不变尖

$$\left. \begin{aligned} g_1(X) &= s_1 - 0.25m \geq 0 \\ g_2(X) &= s_2 - 0.25m \geq 0 \end{aligned} \right\} \quad (30)$$

式中: s_1 、 s_2 为柔轮和刚轮的齿顶厚, 可根据齿厚公式计算。

(2) 齿廓不干涉

$$g_3(X) = c - J_0 \geq 0 \quad (31)$$

式中: J_0 为啮合处最小侧隙控制值, 每计算一个位置角下的侧隙, 便进行一次齿廓不干涉的判定。

(3) 啮入深度足够。啮入深度是否足够通过工作齿高系数来判断, 按下式表示为

$$h_0 = h_1 - c^* \quad (32)$$

工作齿高系数必须满足以下约束条件, 以免承载能力受到影响

$$g_4(X) = h_0 - m \geq 0 \quad (33)$$

(4) 啮出干涉。谐波齿轮传动的啮合侧隙并不是随着 θ 位置的变化而单调变化的, 如果啮合参数选择不当, 在轮齿即将脱开的时候依旧有可能产生干涉, 影响正常的轮齿啮出, 此时的啮合侧隙 c' 应满足下式

$$g_5(X) = c' - J_c \geq 0 \quad (34)$$

式中: J_c 为脱开处最小侧隙控制值, 考虑到受载后柔轮的畸变, 可以取得比 J_0 稍大。

因此, 优化问题的数学模型可表示为

$$\left. \begin{aligned} \max F(X), X &= [x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6] \\ \text{s. t. } g_k(X) &\geq 0, k = 1, 2, \dots, 5 \end{aligned} \right\} \quad (35)$$

3 优化数学模型的求解

3.1 遗传算法与罚函数法

遗传算法通过效仿达尔文进化论中物竞天择、适者生存的原理来激励迭代过程产生最优个体, 其进化算子的各态历经性使得遗传算法能够非常有效地进行概率意义的全局搜索, 适合用于处理谐波齿轮啮合参数优化这种具有复杂性、多约束、非线性、多极小、建模困难等特点的实际工程问题, 因此, 将遗传算法作为本方法的寻优算法。数学模型的寻优求解流程如图3所示。在寻优过程中, 采用罚函数法构造辅助函数来改变不满足约束条件的适应度(优化目标函数), 产生竞争力弱的个体($-\infty$), 否则继续以 $F(X)$ 实际值进行计算, 遗传算法的优胜劣汰机制会将竞争力弱的个体自然淘汰掉, 从而将带约束的优化问题转化为无约束优化问题, 构造的辅助函数 $G(X)$ 为

$$G(X) = \begin{cases} F(X), & X \in D_G \\ -\infty, & X \notin D_G \end{cases} \quad (36)$$

式中: D_G 为问题的可行域, 表示如下

$$D_G = \{X | g_k(X) \geq 0, k = 1, 2, \dots, 5\} \quad (37)$$

整个优化数学模型通过罚函数法转变为

$$\max G(X) \quad (38)$$

3.2 模型的求解

采用双层嵌套循环实现啮合参数优化数学模型的求解, 如图3所示, 内循环为柔轮轮齿位置角 θ 循环变化情况下对啮合参数中间变量如啮合侧隙、工作齿高、齿顶厚等参数的计算; 外循环为遗传算法的寻优计算。遗传算法进化终止的判定采用两种方式, 一种是达到最大进化代数, 一种是连续多代不再进化。

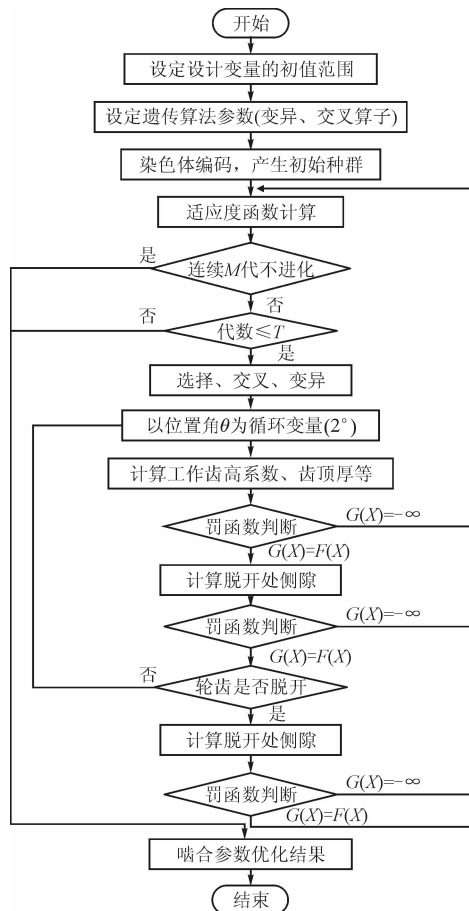


图3 谐波齿轮啮合参数优化数学模型的求解流程

4 优化实例及分析

4.1 优化实例

某厂生产的 XB60-75-40 机型谐波减速器采用椭圆凸轮式波发生器, 柔轮和刚轮均采用渐开线齿廓, $z_1 = 150$, $z_2 = 152$, $S_b = 15$ mm, $D_b = 60$ mm, $m = 0.4$, $\alpha = 20^\circ$, $\delta = 0.75$ mm, 额定负载扭矩 $T_m = 50$ N · m, 其优化前的啮合参数是通过侧隙控制法计算

得到的^[4]。以此谐波减速器为例进行优化设计,3 种啮合侧隙值分别为 $J_0=2\text{ }\mu\text{m}$, $J_m=6\text{ }\mu\text{m}$, $J_c=4\text{ }\mu\text{m}$,设计变量的初值范围见表 1。遗传算法中,种群规模为 400,交叉算子为 0.9,变异算子为 0.2,最大进化代数为 150,最大连续不进化代数为 60。

表 1 优化设计变量初值

X	$x_1(e_1)$	$x_2(e_2)$	$x_3(h_1)$	$x_4(h_2)$	$x_5(\delta_{\omega}^*)$	$x_6(c^*)$
初值	(2.5,4)	(2.5,4)	(1,2.6)	(1,2.6)	(0.8,1.2)	(0.05,0.75)

在不同权重系数下进行优化求解,5 组优化结果见表 2,对应的啮合侧隙分布如图 4 所示。从图 4 可以看出,第Ⅲ组优化结果的啮合区间最大,而第Ⅳ组优化结果的径向变形量最小,对谐波齿轮的等效应力进行试算,发现第Ⅳ组权重系数情况下,柔轮所受应力最小。所以,优化目标中,权重系数选为 $\alpha=1,\beta=1$ 。优化前后的啮合参数计算结果见表 3。

表 2 不同权重系数下的优化结果

设计参数	α	β	$\varphi_a/(^\circ)$	$\delta_{\omega 0}/\text{mm}$	最大等效应力/ MPa
I	1	2.5	12.5	0.364	339.66
II	1	2.0	13.5	0.368	342.89
III	1	1.5	16.5	0.358	320.05
IV	1	1.0	16.25	0.356	313.46
V	1	0.5	11.5	0.388	383.73

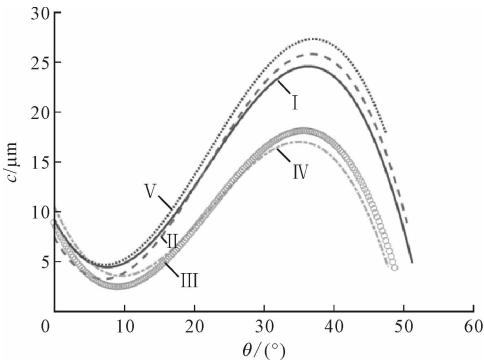


图 4 不同权重系数下的啮合侧隙分布

表 3 优化前后啮合参数对比表

X	$x_1(e_1)$	$x_2(e_2)$	$x_3(h_1)$	$x_4(h_2)$	$x_5(\delta_{\omega}^*)$	$x_6(c^*)$
优化前	3.225	3.275	1.800	1.800	1.062 5	0.287 5
优化后	3.785	3.705	1.725	1.725	0.890 0	0.672 5

4.2 啮合与力学特性分析

优化前后的啮合侧隙分布如图 5 所示,在所有的位置角 θ 处,计算结果都满足了啮合侧隙的约束条件。且优化后,啮合区间从 9.25° 上升为 16.25° ,其径

向变形量也从 0.425 mm 降低为 0.356 mm 。由表 3 可以看出,由于变位系数的增加,齿高系数、径向变形系数的降低,使得波发生器径向变形量降低,增大了柔轮齿廓和刚轮齿廓的相对空间,使更多的轮齿参与到啮合中,从而增大了啮合区间。脱开处即之后柔轮齿顶法向的延长线与刚轮轮齿不再相交。

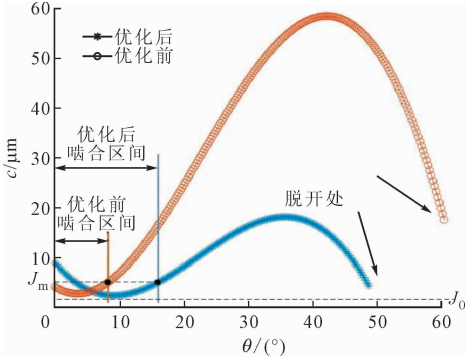


图 5 优化前后的啮合侧隙分布

具有啮合齿面接触对的谐波齿轮传动有限元模型可进行准确的轮齿接触状态与柔轮应力计算^[17]。为了比较优化前后谐波齿轮的啮合与力学特性,本文建立了考虑波发生器与柔轮接触,柔轮轮齿与刚轮轮齿接触的谐波齿轮传动整机有限元模型,计算和分析了柔轮所受应力以及轮齿的啮合状态,且通过在柔轮筒底施加负载扭矩,计算了不同扭矩下柔轮筒底的扭转变形,从而获得了谐波齿轮传动整机的扭转刚度,如图 6 所示。

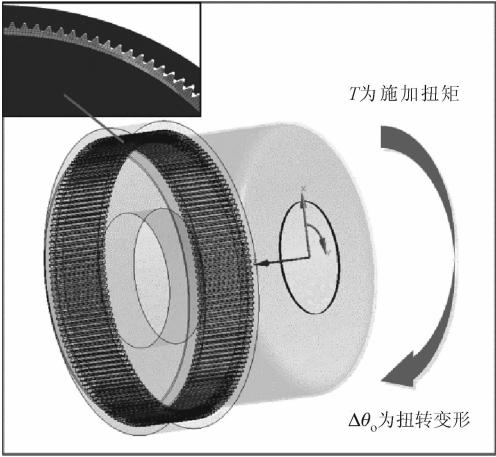
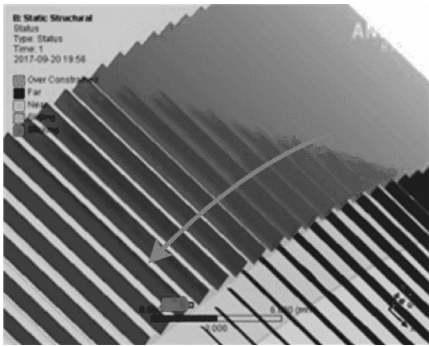


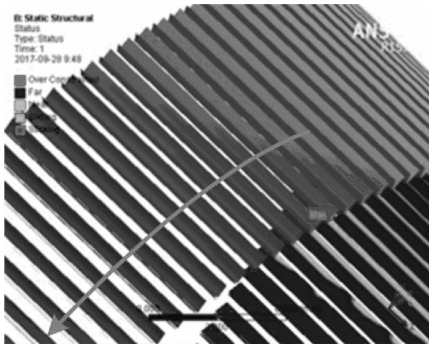
图 6 谐波齿轮传动整机有限元模型

柔轮轮齿单侧的接触状态如图 7 所示,发现优化后啮合轮齿对的范围明显增大。统计优化前后同时啮合齿对数占总齿对数的比率,结果见表 4,可以发现,优化后,同时啮合齿对数占总齿对数的比率从 18% 提高到 32%,提高了 14%。另外,此优化结果 (32%) 比以往研究中基于共轭原理的渐开线谐波齿

轮啮合参数优化结果(18%)更好^[7]。此处是通过轮齿对是否具有接触应力来进行是否接触的判断,实际中,若将谐波齿轮即将啮入和刚啮出的轮齿考虑进来,同时啮合齿对数占总齿对数的比率可达到 50% 以上。



(a) 优化前



(b) 优化后

图 7 优化前后柔轮轮齿接触状态

根据表 4,优化后工作齿高系数从 1.512 5 降低为 1.052 5,降低了约 30%,而根据有限元法后处理结果,优化后的啮合面积占所有齿面面积的比率从 4.05% 降低为 4%,变化较小。谐波齿轮传动的扭转刚度曲线如图 8 所示,其线性拟合刚度从 3.58×10^4 降低为 3.34×10^4 ,减小了 6.7%,减小得并不多。

表 4 优化前后的啮合与力学特性对比表

性能参数	同时啮合齿对数比/%	工作齿高系数	啮合面积比/%	扭转刚度 K / $N \cdot m \cdot rad^{-1}$	最大等效应力 /MPa
优化前	18	1.512 5	4.05	3.58×10^4	457.66
优化后	32	1.052 5	4.00	3.34×10^4	313.46
变化量/%	14	-30.4	-1.25	-6.7	-31.5

柔轮的应力云图如图 9 所示,优化后,柔轮的最大等效应力从 457.66 MPa 降低为 313.46 MPa,降低了 31.5%,这是由于通过优化降低了波发生器径向变形量 δ_{w0} ,且由于啮合齿对数的增加,提升了均载

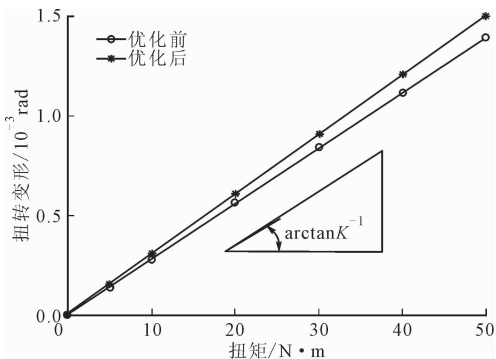
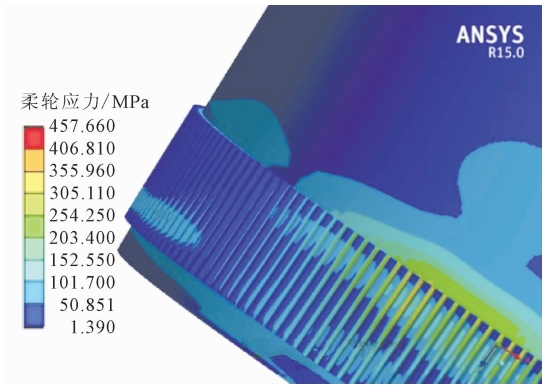
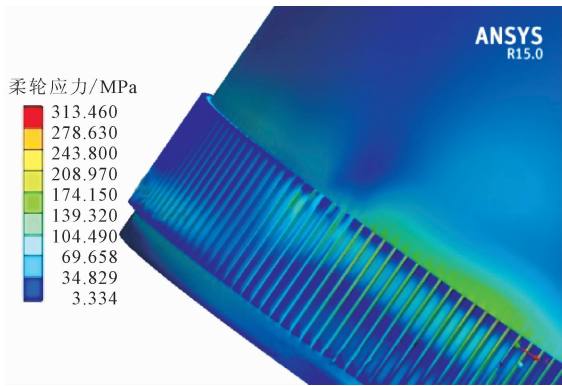


图 8 谐波齿轮传动扭转刚度曲线图



(a) 优化前



(b) 优化后

图 9 优化前后柔轮应力云图

性能。与优化前基于侧隙控制法得到的设计结果相比,本文提出的优化方法有效降低了柔轮所受应力。

5 总 结

本文从特有的薄壁件受力与变形特点出发,以特定的啮合侧隙值定义啮合区间,以径向变形量与啮合区间构成优化目标,结合遗传算法与罚函数法建立了谐波齿轮啮合参数的无约束多目标优化数学模型,并通过平衡啮合区间与力学特性,确定了优化目标权重系数。

建立了考虑波发生器与柔轮接触,柔轮轮齿与刚轮轮齿接触的谐波齿轮传动整机有限元模型,对设计对象进行了接触、刚度与应力的计算,分析了优化前后的啮合与力学特性。

通过提出的优化方法,实现了谐波减速器啮合参数的优化设计,与基于理论共轭和侧隙控制的啮合参数设计结果相比,减小了波发生器的径向变形量,提高了渐开线谐波齿轮同时啮合齿对数占总齿数的比率,从而在刚度减小不多的情况下,有效降低了易失效部件柔轮最大等效应力30%以上。

参考文献:

- [1] 辛洪兵, 谢金瑞, 何惠阳. 用B矩阵法建立谐波齿轮传动啮合基本方程[J]. 机械传动, 1996(2): 6-9.
XIN Hongbing, XIE Jinrui, HE Huiyang, et al. Study on establishing the basic engaging equation of harmonic drive by the B matrix method [J]. Journal of Mechanical Transmission, 1996(2): 6-9.
- [2] 王家序, 周祥祥, 李俊阳, 等. 公切线式双圆弧齿廓谐波齿轮传动设计[J]. 湖南大学学报(自然科学版), 2016, 43(2): 56-63.
WANG Jiaxu, ZHOU Xiangxiang, LI Junyang, et al. Design of double-circular-arc and common tangent tooth profile of harmonic drive [J]. Journal of Hunan University (Natural Sciences), 2016, 43(2): 56-63.
- [3] DONG Huimin, WANG Delun, TING K L. Kinematic effect of the compliant cup in harmonic drives [J]. Journal of Mechanical Design, 2011, 133(5): 1-7.
- [4] 沈允文, 叶庆泰. 谐波齿轮传动的理论和设计[M]. 北京: 机械工业出版社, 1985: 127-175.
- [5] ISHIKAWA S. Tooth profile of spline of strain wave; US 4823638 [P]. (1989-04-25)[2017-12-16]. <http://www4.drugfuture.com/uspat/download/US4823638.pdf>.
- [6] 叶荣伟, 王秀秀. 谐波齿轮传动啮合参数优化设计[J]. 机械工程师, 2010(10): 89-90.
YE Rongwei, WANG Xiuxiu. Optimal design of meshing parameter in harmonic gear drive [J]. Mechanical Engineer, 2010(10): 89-90.
- [7] 周卫东. 渐开线谐波齿轮传动齿廓参数优化及动态仿真[D]. 大连: 大连理工大学, 2008: 11-42.
- [8] 宋惠军, 王学武, 孟令先. 渐开线谐波齿轮传动啮合参数的优化设计[J]. 机械传动, 2009, 33(3): 29-31.
SONG Huijun, WANG Xuewu, MENG Lingxian. The optimization design of meshing parameters for a involute harmonic gear [J]. Journal of Mechanical Transmission, 2009, 33(3): 29-31.
- [9] 殷燕. 零侧隙渐开线谐波齿轮传动的参数优化设计及有限元分析[D]. 秦皇岛: 燕山大学, 2010: 13-30.
- [10] 翟永. 谐波齿轮传动双圆弧齿形设计与分析[D]. 大连: 大连海事大学, 2015: 15-48.
- [11] 杨勇, 王家序, 周青华, 等. 双圆弧谐波齿轮传动柔轮齿廓参数的优化设计[J]. 四川大学学报(工程科学版), 2016(1): 186-193.
YANG Yong, WANG Jiaxu, ZHOU Qinghua, et al. Optimization design for flexspline tooth profile parameters of double-circular-arc harmonic drives [J]. Journal of Sichuan University (Engineering Science Edition), 2016(1): 186-193.
- [12] 彭盼道, 吴上生, 杨琪. 谐波传动短筒柔轮齿形参数优化设计[J]. 自动化与信息工程, 2017(1): 1-4.
PENG Pandao, WU Shangsheng, YANG Qi. Tooth profile parameters optimization design of the short flexspline in harmonic drive [J]. Automation and Information Engineering, 2017(1): 1-4.
- [13] 李谦, 左昱昱. 谐波减速器柔轮失效模式分析[J]. 机器人技术与应用, 2013(2): 37-38.
- [14] ISHIKAWA S. Strain wave gearing having a non-interfering wide mesh range tooth profile; US 5918508 [P]. (1999-07-06) [2017-12-16]. <http://www4.drugfuture.com/uspat/download/US5918508.pdf>.
- [15] ISHIKAWA S. Wave gear device having three-dimensionally contactable shifted tooth profile; US 8776638 B2 [P]. (2014-07-15) [2017-12-16]. <http://www4.drugfuture.com/uspat/download/US8776638.pdf>.
- [16] 吴伟国, 于鹏飞, 侯月阳. 短筒柔轮谐波齿轮传动新设计新工艺与实验[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2014, 46(1): 40-46.
WU Weiguo, YU Pengfei, HOU Yueyang. New design, new process of harmonic drive with short flexspline and its experiment [J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2014, 46(1): 40-46.
- [17] 吴伟国, 张勇, 梁风. 具有啮合齿面接触对的谐波传动有限元模型建立与分析[J]. 机械传动, 2011, 35(12): 37-41.
WU Weiguo, ZHANG Yong, LIANG Feng. Establishment and analysis of FEM model for harmonic drive with contact pairs between meshing tooth surface [J]. Journal of Mechanical Transmission, 2011, 35(12): 37-41.

(编辑 武红江)